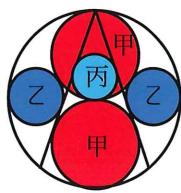


## 算額問題解答例 深谷市 松本 登志雄

### 第1問



図のように大円の中に斜線を隔てて甲円2個、乙円2個、丙円1個を入れる。乙円の直径が1のとき、丙円の直径はいくらか。

答 丙円の直径 0.7815

術 乙円の直径の25倍を32で割ればよい。

【解答】

$$\left( \text{甲} - \frac{\text{丙}}{2} \right)^2 = \text{子}^2 + \left( \frac{\text{丙}}{2} \right)^2 \dots \textcircled{1}$$

$$\text{子} : \frac{\text{丙}}{2} = (\text{子} + \sqrt{\text{甲} \cdot \text{丙}}) : \frac{\text{甲}}{2} \dots \textcircled{2} \quad \therefore \text{子} = \frac{\text{丙} \sqrt{\text{甲} \cdot \text{丙}}}{\text{甲} - \text{丙}}$$

また、小円心から外円の直径までを子、子の足と外円心の間を丑、頂点から小円までの接線の長さを子とする。

$$\left( \text{大} - \frac{\text{小}}{2} \right)^2 = \text{子}^2 + \text{丑}^2 \dots \textcircled{1}$$

$$\left( \frac{\text{大}}{2} + \frac{\text{小}}{2} \right)^2 = \text{子}^2 + \left( \frac{\text{大}}{2} - \text{丑} \right)^2 \dots \textcircled{2}$$

$$(\text{大} - \text{丑})^2 + \text{子}^2 = \text{子}^2 + \left( \frac{\text{小}}{2} \right)^2 \dots \textcircled{3}$$

また、大円心と小円心の関係から、

$$\left( \frac{\text{大}}{2} + \frac{\text{小}}{2} \right)^2 + (\sqrt{2}\text{大} - \text{子})^2 = \text{子}^2 + \left( \frac{\text{大}}{2} + \text{丑} \right)^2 \dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ から } \text{丑} = \text{大} - \frac{3}{2}\text{小}, \text{ 子} = \sqrt{2(\text{大} - \text{小})\text{小}}$$

$$\textcircled{3} \text{ から } \text{子} = \frac{1}{2}\sqrt{4\text{大}^2 - 8\text{大} \cdot \text{丑} + 4\text{子}^2 - \text{小}^2 + 4\text{丑}^2} \\ = \sqrt{2\text{大} \cdot \text{小}} \quad \text{これらを} \textcircled{4} \text{ に代入すれば、}$$

$$\left( \frac{\text{大}}{2} + \frac{\text{小}}{2} \right)^2 + (\sqrt{2}\text{大} - \text{子})^2 - \text{子}^2 - \left( \frac{\text{大}}{2} + \text{丑} \right)^2 = 5\text{大} \cdot \text{小} - 4\text{大}\sqrt{\text{大} \cdot \text{小}} = 0$$

$$\text{これを解いて、小} = \frac{16}{25}\text{大} \quad \text{よって、大} = \frac{25}{16}\text{乙}$$

$$\text{ゆえに、子} = \frac{\text{丙} \sqrt{\text{乙} \cdot \text{丙}}}{25\text{乙} - 16\text{丙}} \quad \text{これを} \textcircled{1} \text{ に代入すると、}$$

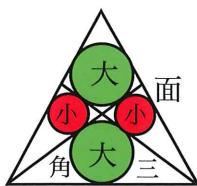
$$0 = \frac{(25\text{甲乙} - 16\text{丙甲} - 25\text{丙乙})(16\text{丙}^2 - 16\text{丙甲} + 25\text{甲乙})}{(25\text{乙} - 16\text{丙})^2}$$

$$\text{ここで、大} = \frac{25}{16}\text{乙} \quad \text{だから、代入し計算整理して、}$$

$$0 = \text{乙}(25\text{乙} - 32\text{丙})(625\text{乙}^2 - 400\text{丙乙} + 256\text{丙}^2) \quad \text{を得る。}$$

$$\text{よって、丙} = \frac{25}{32}\text{乙}$$

### 第2問



図のように正三角形を2本の線で4つの部分に分け、その中に大小の円を各2個入れる。大円の直径が1のとき、小円の直径はいくらか。

答 小円の直径 約 0.644

術 6の平行根に4を加え、大円の直径を掛け10で割ればよい。

【解答】正三角形の1辺を面とすると、

内接円の直径は、面 =  $\sqrt{3}$ 内であるから、

定理により、面<sup>2</sup>内 - 面<sup>2</sup>大 - 面<sup>2</sup>大 + 大<sup>2</sup>内 = 0 … ①

- (大+大)(内+大)小 + 2内・大<sup>2</sup> = 0 … ②

が成り立つの、(証明は『和算の图形公式』H16 中村信哉を参照して欲しい。)

①に面を代入して、3内<sup>2</sup> - 6内・大 + 大<sup>2</sup> = 0 … ③

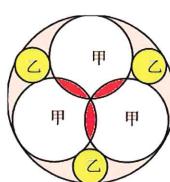
より、内 =  $\frac{\text{大} \cdot \text{小}}{\text{大} - \text{小}}$  これを③に代入すれば、

$$\left( \frac{\text{大} \cdot \text{小}}{\text{大} - \text{小}} \right)^2 - 6 \frac{\text{大} \cdot \text{小}}{\text{大} - \text{小}} \cdot \text{大} + \text{大}^2 = 0 \quad \text{計算整理}$$

して、0 = 10小<sup>2</sup> - 8大・小 + 大<sup>2</sup> これを解いて、

$$\text{小} = \frac{4 + \sqrt{6}}{10} \text{大} \quad \left( \frac{4 - \sqrt{6}}{10} \text{大} \text{は題意に不適。} \right)$$

### 第3問



図のように円の中に交わる甲円が3個と乙円3個を入れる。甲円の直径が5のとき、乙円の直径はいくらか。

答 乙円の直径 2

術 甲円の直径を2倍して5で割ればよい。

【解答】甲円の中心を結んだ図形は正三角形だから、

$$\text{子} = \frac{\text{甲}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2$$

$$\text{また、} \left( \frac{\text{甲}}{2} + \frac{\text{乙}}{2} \right)^2 = \left( \text{甲} - \frac{\text{乙}}{2} - \frac{\text{甲}}{4} \right)^2 + \left( \frac{\text{子}}{2} \right)^2 \\ = \frac{1}{4}(\text{甲}^2 + 2\text{甲乙} + \text{乙}^2)$$

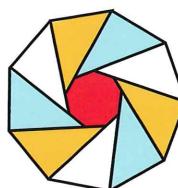
$$= \frac{1}{16}(9\text{甲}^2 - 12\text{甲乙} + 4\text{乙}^2) + \frac{3}{16}\text{甲}^2$$

計算整理すると、

$$0 = 2\text{甲}^2 - 5\text{甲} \cdot \text{乙} \quad \text{よって、乙} = \frac{2\text{甲}}{5}$$



### 第4問



図のように大小の正9角形の頂点を線分で結び、三角形と小正9角形の面積を等しくなるようにする。大きい9角形の1辺が1のとき、小さい9角形の1辺はいくらか。

答 0.316

術 大きい9角形の自乗を10で割り、平方根をとればよい。

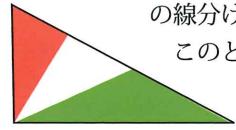
【解答】小さい9角形の面積が大きい9角形の丁度、10分の1になれば題意は満たされる。したがって、大きい正9角形の一辺を大、小さい正9角形の一辺を小とすれば、面積比は辺の2乗に比例するから、

$$1 : \frac{1}{10} = \text{大}^2 : \text{小}^2 \quad \text{したがって、}$$

$$\text{小} = \sqrt{\frac{\text{大}^2}{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10} \text{大} = 3.1622\dots$$

【解答】図のように高さ30、底辺42の直角三角形を2本の線分で分け、面積を3等分する。

このとき長い方の線分の長さはいくらか。



解答募集 当社に提出してください。

福音神社

〒103-0022 東京都中央区日本橋室町二丁目4番14号